



О механизме взаимодействия потока и русла.

Введение.

В теории руслового процесса центральным является постулат о взаимодействии потока и русла. Он восходит к работам Н.С.Лебявского (см. Вопросы гидротехники...,1948) и был отчетливо сформулирован М.А.Великановым (1950). Наиболее близкие к современным воззрениям формулировки в рамках этого постулата находим у Н.И. Маккавеева (1955, стр. 137-139) : "Процессы развития рельефа речного русла в основном определяются взаимодействием движущейся воды, перемещаемых водой наносов и слагающих ложе потока грунтов... В наиболее общей форме процесс руслообразования можно определить как процесс "отображения " поверхностью твердой среды (т.е. грунтами, слагающими ложе) особенностей движения воды и перемещаемых ею наносов... Исследование процессов развития форм рельефа русла нельзя отрывать от исследования структуры потока."

Исходя из этих положений, представляется необходимым рассмотреть механизм такого отображения в широком диапазоне масштабов структур руслового потока.

1. Структура потока и руслового рельефа.

Изучение структуры потока в широком диапазоне длин волн на основе продолжительных (до 10-16 часов) временных реализаций пульсаций скоростей потока (Гринвальд,Никора, 1988, Сидорчук 1981,1992) выявило в непрерывном энергетическом спектре макротурбулентности наличие квазипериодических образований трех основных масштабов. Это смещающиеся вниз по течению энергонесущие структуры потока: 1) с длиной порядка глубины потока; 2) с длиной порядка ширины потока; 3) с длиной порядка шага излучин русла. Изучение пространственных реализаций скоростей потока (измеренных или рассчитанных по морфологии русла) выявило также наличие медленных (квазистационарных) структур потока таких же масштабов (Сидорчук, 1992, Sidorchuk, 1996).

Спектральный анализ длинных (до нескольких сотен километров) пространственных реализаций морфологических элементов речного русла (глубин, ширин, площадей живого сечения) показал континуальность руслового рельефа - непрерывность его спектра. В то же время на этом непрерывном спектре отчетливо

проявляется также дискретность руслового рельефа - наличие комплексов русловых форм с близкими морфометрическими характеристиками. Эти комплексы полностью соответствуют структурным уровням руслового рельефа, выделенных Н.Е.Кондратьевым (1953) и характеризуются теми же пространственными масштабами, что и структурные образования руслового потока.

Полное соответствие структур руслового потока и структур руслового рельефа, их взаимная приспособленность в результате взаимодействия, свидетельствует о наличии единого механизма образования и развития структуры потока и русла.

2. Механизм взаимодействия потока и русла

2.1 Основные предпосылки для количественного описания взаимодействия потока и русла.

Таким образом взаимодействие потока и русла происходит в виде отображения квазипериодических, характеризующихся непрерывным спектром с ярко выраженной дискретностью, медленно смещающихся структур потока в размываемом речном русле. В результате образуются также квазипериодические, медленно смещающиеся грядовые формы руслового рельефа с дискретно-непрерывным спектром. Для количественного описания этого явления предложено множество методов, но только метод малых возмущений, по выражению К.В.Гришанина (1974, стр. 62), "...поставил, наконец, решение этой проблемы на научную основу. Применение этого метода для анализа генезиса грядового рельефа неоднократно анализировалось в обзорных трудах (Гришанин, 1974, Знаменская, 1968, 1976, Callander, 1978; Сидорчук, Михинов, 1985). Для настоящего исследования наиболее важны работы Р. Калландера (Callander, 1969), Г. Паркера (Parker, 1976), И. Фредсо (Fredsoe, 1978) и А.Е.Михинова (1983).

Во всех перечисленных работах проводится анализ двумерных уравнений движения, неразрывности и деформации методом малых возмущений. В уравнениях движения потока члены, учитывающие гидравлические сопротивления, записываются в терминах формулы Шези. На стадии осреднения трехмерных уравнений по вертикали Калландер, Паркер и Фредсо используют предположение о распределении давления по вертикали по статическому закону (подход Сен-Венана). Михинов учитывает динамическое давление и кривизну свободной поверхности потока (подход Буссинеска). Это позволило выявить моду неустойчивости в области коротких волн с длиной порядка глубины потока, которые сопоставляются с

рифелями. Во всех работах игнорируются эффекты, связанные с поперечной циркуляцией потока.

На стадии выбора формы волн возмущения Фредсо заранее предполагает, что они выражаются би-синусоидой как в продольном, так и поперечном направлениях. Калландер, Паркер и Михинов записывают выражения для формы волн возмущений в более общем виде: постулируется синусоидальность волн в продольном направлении, а их поперечная форма определяется на основе решения линеаризованных уравнений движения, неразрывности и деформации. Во всех работах спектр возмущений непрерывен по продольному волновому числу и разрывен (учитываются только кратные целым числам ширины волн) в поперечном направлении.

На стадии формирования системы уравнений движения, неразрывности и деформации для возмущений гидравлических характеристик потока Калландер, Паркер и Михинов используют предположение о равномерности осредненного течения и неизменности осредненных глубин. Фредсо пытается учесть влияние поперечного уклона дна русла на его начальную неустойчивость. Его подход привел к появлению моды неустойчивости в области длинных волн, которые сопоставляются с мезоформами (осередками и побочными). Хотя решение Фредсо содержит ошибки (при наличии поперечного уклона основного русла форма волн возмущений более сложная, чем принимаемая им би-синусоида), оно указывает на большую чувствительность анализа малых возмущений к членам уравнений, описывающим поперечную изменчивость потока и русла.

Этот короткий обзор основных работ по применению метода малых возмущений на базе уравнений двумерной гидравлики для анализа возникновения рельефа речного русла приводит к следующим выводам:

1) Метод малых возмущений предельно чувствителен к степени упрощения уравнений гидродинамики при выводе уравнений двумерной гидравлики. Необходимо при осреднении по глубине трехмерных уравнений максимально сохранить влияние всех эффектов, связанных с изменчивостью потока по вертикали, в первую очередь наличия динамического давления и поперечной циркуляции.

2) Соответственно, форма уравнений должна быть такова, чтобы процедура линеаризации уравнений могла быть проведена с минимальной потерей членов.

3) Геометрия малых возмущений гидравлических характеристик потока должна быть задана в максимально общей форме, чтобы спектр волн возмущений был непрерывен как в продольном, так и поперечном направлениях.

2.2 Общая форма уравнений двумерной гидравлики

Чтобы удовлетворить всем перечисленным условиям необходимо записать трехмерные уравнения движения и неразрывности потока наиболее общей форме в криволинейных ортогональных координатах и провести их интегрирование по глубине потока. Такое исследование провел Н.А. Картвелишвили (1973), будем следовать его рассуждениям с некоторыми упрощениями:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \frac{h}{z} \int u dZ + \frac{1}{H_x^2 H_y} \frac{\partial}{\partial X} \left(H_x H_y \int \frac{h}{z} u^2 dZ \right) + \frac{1}{H_x^2 H_y} \frac{\partial}{\partial X} \left(H_x^2 \int \frac{h}{z} u^* v dZ \right) - \\
 & - \frac{1}{H_x^2} \frac{\partial H_x}{\partial Z} \frac{h}{y} \int u^2 dY - \frac{1}{H_x H_z} \frac{\partial H_z}{\partial X} \frac{h}{y} \int w^2 dY + \frac{1}{H_x} \frac{\partial^2}{\partial t \partial X} \frac{h h}{y Y} \int \int v d\xi dY + \\
 & + \frac{1}{H_x} \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \frac{1}{H_x H_z} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(H_z \int \int v u d\xi dY \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(H_x \int \int v u d\xi dY \right) \right] \right\} + \quad (1) \\
 & + \frac{1}{H_x} \frac{\partial}{\partial X} \frac{h}{y} \int v^2 dY + \frac{v^2}{H_x} \frac{\partial h}{\partial X} + \frac{1}{H_x} g d_0 \frac{\partial h}{\partial X} + g \frac{\sqrt{(u^2 + w^2)} u}{C_0^2} = 0; \\
 & \frac{1}{H_x H_z} \left(\frac{\partial}{\partial X} H_z \int \frac{h}{y} u dY + \frac{\partial}{\partial Z} H_x \int \frac{h}{y} w dY \right) + \frac{\partial d_0}{\partial t} = 0; \\
 & \frac{1}{H_x H_z} \left(\frac{\partial}{\partial X} H_z \int \frac{h}{y} \rho u dY + \frac{\partial}{\partial Z} H_x \int \frac{h}{y} \rho w dY \right) + \frac{\partial (h - d_0)}{\partial t} = 0.
 \end{aligned}$$

Здесь H_x и H_z - коэффициенты Ламе. В членах уравнений, содержащих вертикальную компоненту скорости v учитывается эффект изменения динамического давления потока по вертикали. Уравнение движения для поперечной компоненты скорости может быть получено из первого уравнения (1) путем взаимозамены X и Z , u и w . В систему добавлено также уравнение деформации.

Все члены в уравнениях системы (1), которые содержат интегралы по глубине потока, могут быть выражены через глубину d_0 , компоненты скорости на поверхности потока u^* и w^* , придонную концентрацию наносов ρ_b и кинематические коэффициенты α_i и β_i :

$$\begin{aligned}
\int_y^h u dY &= \alpha_0 u^* d_0; & \int_y^h u^2 dY &= \alpha_1 u^{*2} d_0; & \int_y^h u w dY &= \alpha_2 u^* w^* d_0; \\
\int_y^h w^2 dY &= \alpha_3 w^{*2} d_0; & \int_y^h w dY &= \alpha_4 w^* d_0; & \int_y^h u \rho dY &= \alpha_5 u^* \rho_b^* d_0; & \int_y^h w \rho dY &= \alpha_6 w^* \rho_b^* d_0; \quad (2) \\
\int_y^h \int u d\xi dY &= \beta_1 d_0^2 v^*; & \int_y^h \int u w d\xi dY &= \beta_2 d_0^2 u^* v^*; & \int_y^h \int u^2 v d\xi dY &= \beta_3 d_0^2 u^{*2} v^*.
\end{aligned}$$

Эти кинематические коэффициенты можно вычислить по известным вертикальным эпюрам компонент скоростей и концентрации наносов. Для продольной скорости используем степенную вертикальную эпюру:

$$u = u^* \left(\frac{Y}{d_0} \right)^n \quad (3).$$

Для поперечной скорости запишем линейную эпюру (как первое приближение, следуя И.Л.Розовском, 1957):

$$w = w^* \left[\left(2 - 2\alpha_4 \right) \frac{Y}{d_0} - \left(1 - 2\alpha_4 \right) \right] \quad (4).$$

Здесь дополнительно учтена возможность общего перемещения всей массы воды в створе поперек потока, на которую указал Розовский (1957). Данные экспериментов Розовского показывают, что динамический коэффициент α_4 может изменяться от 0 до 0.1-0.2.

Для вертикальной компоненты скорости (также в первом приближении) принято равномерное распределение по вертикали. Значение поверхностной вертикальной скорости вычисляется на основании граничного условия на волнистой водной поверхности:

$$v^* = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{u^*}{H_x} \frac{\partial h}{\partial X} + \frac{w^*}{H_z} \frac{\partial h}{\partial Z} \quad (5).$$

Показатель степени n в вертикальной эпюре продольной скорости изменяется в пределах 1/4 - 1/10 (наиболее употребительное значение, которому удовлетворяет большая часть эпюр скоростей в натуральных потоках, составляет 1/6). Тогда α_0 принимает значения в диапазоне 0.80-0.89 (при $n=1/6$ $\alpha_0=0,86$), α_1 - 0.67-0.80 (при $n=1/6$ $\alpha_1=0,75$), и α_2 - 0.40-0.12 (при $n=1/6$ $\alpha_2=0,26$). При этом $\beta_1.=1.0$, $\beta_2.=\alpha_0$, $\beta_3.=\alpha_1$.

Вертикальное распределение концентрации наносов рассчитывается по формуле Рауза-Великанова (Великанов, 1955):

$$\rho = \rho_b \left(\frac{d_0 - Y}{Y} \frac{\Delta}{d_0 - \Delta} \right)^{\frac{\omega}{\kappa u_*}} \quad (6),$$

в которой придонная мутность может выражена по средней концентрации наносов, вычисленной, например, по приведенной к объемным единицам формуле Россинского-Кузьмина (1964):

$$\rho_m = 1.5 \cdot 10^{-5} \frac{u^3}{\omega d_0} \quad (7).$$

В диапазоне скоростей потока 1.0 - 4.0 м/с и крупности взвешенных наносов 0.2-1.0 мм, α_5 принимает значения 0.012-1.05, и α_6 изменяется от -0.018 до -1.35.

Применение подобных вертикальных эпюр для компонент скоростей (в первую очередь, для поперечной) уточняет ранее опубликованную форму уравнений двумерной гидравлики (Сидорчук, 1992), используемых для анализа начальной неустойчивости потока. Несмотря на осреднение по вертикали в них учитываются такие характеристики трехмерного потока, как изменчивость динамического давления и наличие поперечной циркуляции.

2.3 Анализ начальной неустойчивости потока и русла

Анализ начальной неустойчивости потока проводится в его стандартной форме (Кочин, Кибель, Розе, 1948), но с учетом неустойчивости размываемого дна. Компоненты поверхностной скорости, отметки поверхности воды и дна записываются в виде суммы двух составляющих - характеристики основного осредненного потока и характеристики:

$$u^* = U + u'; \quad w^* = w'; \quad d_0 = D_0 + d'; \quad h = h'. \quad (8).$$

Выражения (2-8) подставляются в уравнения системы (1). После вычитания уравнений для основного осредненного потока и линеаризации система уравнений движения, неразрывности и деформации для возмущений принимает вид:

$$2\alpha_1 \frac{u'U}{D_0} \frac{\partial D_0}{\partial s_x} - 2\alpha_1 \frac{d'U^2}{D_0^2} \frac{\partial D_0}{\partial s_x} - \alpha_1 U^2 K'_z - \alpha_1 u'UK'_z + \alpha_2 \frac{UW}{D_0} \frac{\partial d'}{\partial s_z} + \alpha_2 \frac{w'U}{D_0} \frac{\partial D_0}{\partial s_z} +$$

$$\alpha_0 \frac{\partial u'}{\partial t} + \alpha_0 \frac{U}{D_0} \frac{\partial d'}{\partial t} + \alpha_0 \frac{u'}{D_0} \frac{\partial D_0}{\partial t} - \alpha_0 \frac{d'U}{D_0^2} \frac{\partial D_0}{\partial t} + 2\alpha_1 U \frac{\partial u'}{\partial s_x} + 2\alpha_1 u' \frac{\partial U}{\partial s_x} + \alpha_1 \frac{U^2}{D_0} \frac{\partial d'}{\partial s_x} +$$

$$\alpha_2 \frac{u'W}{D_0} \frac{\partial D_0}{\partial s_z} - \alpha_2 \frac{d'UW}{D_0^2} \frac{\partial D_0}{\partial s_z} + \alpha_2 U \frac{\partial w'}{\partial s_z} + \alpha_2 u' \frac{\partial W}{\partial s_z} + \alpha_2 W \frac{\partial u'}{\partial s_z} + \alpha_2 w' \frac{\partial U}{\partial s_z} -$$

$$2\alpha_2 UWK'_x - 2\alpha_2 u'WK'_x - 2\alpha_2 w'UK'_x + \alpha_3 W^2 K'_z + 2\alpha_3 w'WK'_z + g \frac{\partial h'}{\partial s_x} + (9)$$

$$+ 2\alpha_1 g \frac{u'U}{C_0^2 D_0} - \alpha_1 g \frac{U^2 d'}{C_0^2 D_0^2} + D_0 \left(\beta_1 \frac{\partial^3 h'}{\partial 2t \partial s_x} + 2\beta_2 U \frac{\partial^3 h'}{\partial t \partial s_x^2} + \beta_3 U^2 \frac{\partial^3 h'}{\partial s_x^3} \right) = 0;$$

$$\alpha_0 D_0 \frac{\partial u'}{\partial s_x} + \alpha_0 d' \frac{\partial U}{\partial s_x} + \alpha_0 u' \frac{\partial D_0}{\partial s_x} + \alpha_0 U \frac{\partial d'}{\partial s_x} - \alpha_0 UD_0 K'_z - \alpha_0 u' D_0 K'_z - \alpha_0 d' UK'_z +$$

$$\alpha_4 D_0 \frac{\partial w'}{\partial s_z} + \alpha_4 W \frac{\partial d'}{\partial s_z} + \alpha_4 w' \frac{\partial D_0}{\partial s_z} + \alpha_4 d' \frac{\partial W}{\partial s_z} - \alpha_4 WD_0 K'_x - \alpha_4 w' D_0 K'_x - \alpha_4 d' WK'_x + \frac{\partial d'}{\partial t} =$$

$$\alpha_5 \rho D_0 \frac{\partial u'}{\partial s_x} + \alpha_5 \rho_b d' \frac{\partial U}{\partial s_x} + \alpha_5 \rho_5 u' \frac{\partial D_0}{\partial s_x} + \alpha_5 \rho U \frac{\partial d'}{\partial s_x} - \alpha_5 \rho UD_0 K'_z - \alpha_5 \rho u' D_0 K'_z - \alpha_5 \rho d' UK'_z +$$

$$\alpha_6 \rho D_0 \frac{\partial w'}{\partial s_z} + \alpha_6 \rho W \frac{\partial d'}{\partial s_z} + \alpha_6 \rho w' \frac{\partial D_0}{\partial s_z} + \alpha_6 \rho d' \frac{\partial W}{\partial s_z} - \alpha_6 \rho WD_0 K'_x - \alpha_6 \rho w' D_0 K'_x - \alpha_6 \rho d' WK'_x +$$

$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial (h' - d')}{\partial t} = 0$$

Здесь $s_x = H_x X; s_z = H_z Z; K_x = -\frac{1}{H_x} \frac{\partial H_x}{\partial s_z}; K_z = -\frac{1}{H_z} \frac{\partial H_z}{\partial s_x}$. Уравнение

движения для поперечной компоненты скорости получается из первого уравнения системы (9) заменой x на z (только один раз при наличии степеней ∂s_x), u' на w' ,

U на W , α_0 на α_4 , α_1 на α_5 , α_3 на α_1 .

Предполагается, что основной осредненный поток равномерный, а русло характеризуется одинаковыми осредненными глубинами. Поэтому все члены системы (9), приводящие к учету временной и пространственной изменчивости

основного потока и русла ($W; \frac{\partial U}{\partial s_x}; \frac{\partial D_0}{\partial s_x}; \frac{\partial U}{\partial s_z}; \frac{\partial D_0}{\partial s_z}; K_z; K_x$) в дальнейшем

опускаются.

В результате линеаризации отброшены члены, содержащие произведения и степени возмущений характеристик потока. Использование криволинейных ортогональных координат позволило сохранить при линеаризации члены, содержащие кривизну и элементы поперечного перемещения потока. Это было бы невозможно при записи уравнений движения и неразрывности в декартовых координатах.

Однако в таком случае необходимо знать геометрию криволинейных координат. Удобно использовать натуральные координаты такие, чтобы продольные координаты X совпадали с линиями тока для возмущений продольной компоненты u' , а кривизна этих координат K_x^* была связана с возмущениями поперечной скорости (или скоростью поперечной циркуляции). Так как такая связь была получена И.Л.Розовским (1957) в виде

$$K_x^* = -\gamma_0 \frac{w'}{UD_0}. \quad (10),$$

то криволинейные координаты с такой геометрией могут быть названы координатами Розовского.

Коэффициент γ_0 является функцией коэффициента Шези C_0 и средней глубины потока D_0 :

$$\gamma_0 = \frac{1 - 7.2\sqrt{D_0}/C_0}{7.4 - 13.0\sqrt{g}/C_0}$$

Обычно γ_0 изменяется в диапазоне 0.08--0.1.

Кривизна поперечных натуральных координат в первом приближении считается пренебрежимо малой: $K_z^* \sim 0$.

Как принято в линейной теории начальной неустойчивости возмущения компонент течения, отметок поверхности потока и дна считаются малыми и описываются продольными синусоидальными волнами с комплексной скоростью $c = c_r + ic_i$:

$$u' = A(s_z) \exp[ik_x(s_x - ct)]; \quad w' = B(s_z) \exp[ik_x(s_x - ct)];$$

$$h' = P(s_z) \exp[ik_x(s_x - ct)]; \quad (h' - d') = T(s_z) \exp[ik_x(s_x - ct)] \quad (11).$$

Комплексные функции A , B , P и T описывают форму возмущений в поперечном направлении.

Подстановка формул (10-11) в систему (9) позволяет представить ее в виде:

$$\begin{aligned} a_1 A + b_4 \frac{\partial B}{\partial s_z} + c_1 P + d_1 T &= 0; \\ b_2 B + c_2 \frac{\partial P}{\partial s_z} &= 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$a_3 A + b_3 \frac{\partial B}{\partial s_z} + c_3 P + d_3 T = 0$$

$$a_4 A + b_4 \frac{\partial B}{\partial s_z} + d_4 T = 0.$$

Здесь:

$$a_1 = \alpha_1 U i k_x - \alpha_0 i k_x c + 2g\alpha_1 \frac{U}{C_0^2 D_0}; \quad b_1 = (\alpha_3 - \alpha_2)U;$$

$$c_1 = g i k_x - (\alpha_0 - \alpha_1) \frac{U}{D_0} i k_x c - g\alpha_1 \frac{U^2}{C_0^2 D_0^2} - D_0 (\beta_1 i k_x^3 c^2 - 2U\beta_2 i k_x^3 c + \beta_3 i k_x^3);$$

$$d_1 = (\alpha_0 - \alpha_1) \frac{U}{D_0} i k_x c + g\alpha_1 \frac{U^2}{C_0^2 D_0^2}; \quad b_2 = \alpha_3 U i k_x - \alpha_4 i k_x c + g\alpha_3 \frac{U}{C_0^2 D_0} - \alpha_0 \gamma_0 \frac{U}{D_0};$$

$$c_2 = g - D_0 (\beta_1 k_x^2 c^2 - 2U\beta_2 k_x^2 c + \beta_3 k_x^2); \quad a_3 = \alpha_0 D_0 i k_x; \quad b_3 = \alpha_2 D_0;$$

$$c_3 = \alpha_0 U i k_x - i k_x c; \quad d_3 = -\alpha_0 U i k_x + i k_x c; \quad a_4 = \alpha_4 \rho_b D_0 i k_x; \quad b_4 = \alpha_5 \rho_b D_0;$$

$$d_4 = -(1 - \varepsilon) i k_x c.$$

После исключения функций A , B и T из (12) система приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно функции P , которая описывает изменение поперек потока возмущения свободной поверхности:

$$\frac{d^2 P}{ds_z^2} = \lambda * P; \quad (13).$$

Для этой функции граничные условия у берегов потока могут быть не равными нулю. В таком случае уравнение (13) имеет нетривиальные решения при всех действительных собственных значениях и

$$\lambda = k_z^2 = \frac{b_2 (a_3 c_1 d_4 + a_4 c_3 d_1 - a_1 c_3 d_4 - a_4 c_1 d_3)}{c_2 (a_1 b_3 d_4 + a_3 b_4 d_1 + a_4 b_1 d_3 - a_1 b_4 d_3 - a_3 b_1 d_4 - a_4 b_3 d_1)}. \quad (14)$$

Это приводит к непрерывности спектра возмущений как в продольном, так и поперечном направлениях

Для граничных условий вида

$$P(0) = P(W_0); \quad \frac{\partial P}{\partial s_z}(0) = -\frac{\partial P}{\partial s_z}(W_0); \quad (15)$$

собственные функции для уравнения (13) описываются формулой

$$P \sim \cos \left[\sqrt{\lambda \left(s_z - \frac{W_0}{2} \right)} \right] \quad (16),$$

что соответствует асимметричной форме возмущений потока.

Для граничных условий вида

$$P(0) = -P(W_0); \quad \frac{\partial P}{\partial s_z}(0) = \frac{\partial P}{\partial s_z}(W_0); \quad (17)$$

собственные функции для уравнения (13) описываются формулой

$$P \sim \sin \left[\sqrt{\lambda \left(s_z - \frac{W_0}{2} \right)} \right] \quad (18),$$

что соответствует симметричной форме возмущений потока.

Из формулы (14) с учетом формул (13) записывается линейное алгебраическое уравнение 4 степени для комплексной скорости волн возмущений:

$$A_1 c^4 + A_2 c^3 + A_3 c^2 + A_4 c + A_5 = 0 \quad (19).$$

Коэффициенты A_i являются функциями гидравлических параметров основного осредненного потока, кинематических коэффициентов, а также продольного и поперечного волновых чисел.

Дисперсионное уравнение вида (19) анализировалось А.Е.Михиновым (1983). Он показал, что 4 комплексных корня этого уравнения соответствуют волнам 3 типов: 1) волнам с продольной скоростью перемещения $c_r \gg U$; 2) волнам с $c_r \sim U$; 3) волнам с $c_r \ll U$. Волны первых двух типов не могут формировать грядовой русловой рельеф из-за больших относительных скоростей продольного перемещения. Только волны третьего типа со скоростями продольного смещения много меньше скоростей осредненного течения могут отображаться в речном русле и формировать волнообразный русловой рельеф.

3. Результаты исследования неустойчивости малых возмущений.

Дисперсионное уравнение (19) решалось численно для широкого диапазона гидравлических характеристик потока, продольных и поперечных волновых чисел. При этом рассматривались только наиболее медленные волны 3 типа, которые могут отображаться в рельефе речного русла. Результаты решения удобно представить в

виде двумерных спектров по волновым числам. Эти спектры непрерывны как в продольном, так и в поперечном направлениях, что соответствует граничным условиям (15), (17) и совпадает с результатами исследований реального руслового рельефа. Одновременно этот спектр характеризуется сложным рельефом и могут быть выделены несколько областей с различными типами зависимостей между скоростью увеличения амплитуды ундуляций дна русла c_i , их длиной L_x и шириной L_z (рис.1):

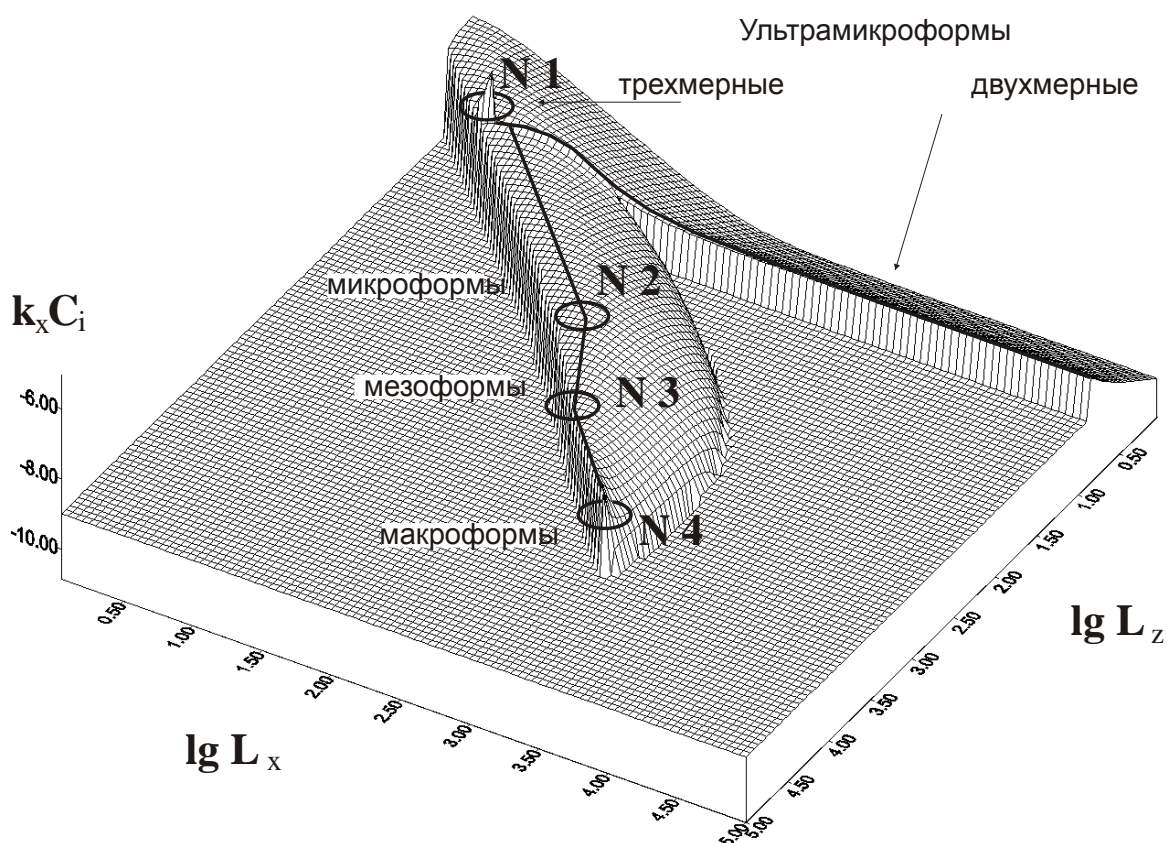


Рис. 1. Двухмерный спектр волн возмущений дна руслового потока и главные типы этих возмущений. Линиями показаны ось двумерных ультрамикрoформ и осевая линия максимума спектра, точками - перегибы осевой линии и границы между типами возмущений.

- 1) Область устойчивых возмущений, в которой образования русловых форм не происходит.
- 2) Область двумерных коротковолновых возмущений с хорошо выраженным максимумом скоростей роста амплитуды волн при их длинах порядка глубины

потока. На осевой линии спектра здесь выделяется отчетливый максимум скорости роста амплитуд волн, что свидетельствует о наличии трехмерной составляющей у этих возмущений. Верхней границей области является линия (на рис. 1. ей соответствует точка 1)

$$L_x = 6,3D_0 Fr \quad (20).$$

Будем называть ее областью самых малых гряд или ультрамикромформ.

3) Область трехмерных возмущений с максимумом скорости роста амплитуды, которая приходится на главную диагональ спектра при $L_x = L_z$, т.е. эти волны изометричны в плане. Верхней границей области является линия (на рис. 1. ей соответствует точка 2)

$$L_x = 8,2D_0 \exp(2,0Fr) \quad (21),$$

при $0,1 < Fr < 0,9$. Будем называть ее областью малых гряд или микромформ.

4) Область трехмерных возмущений с максимумом скорости роста амплитуды также на главной диагонали спектра. Но здесь $L_x > L_z$, т.е. эти волны вытянуты в плане, и степень вытянутости увеличивается с увеличением длины волны возмущения. Верхней границей области является линия (на рис. 1. ей соответствует точка 3)

$$L_x = 12,6D_0 \lambda^{-1,0} \exp(-1,8Fr) \quad (22).$$

Будем называть ее областью средних гряд или мезоформ.

5) Область трехмерных возмущений с хорошо локализованным максимумом в точке 4:

$$\begin{aligned} L_x &= 6,28D_0 \lambda^{-1} Fr^{-1} & 0,1 \leq Fr \leq 0,5 \\ L_x &= 62,8D_0 \lambda^{-1} \exp(-3,1Fr) & 0,5 < Fr < 1,0 \end{aligned} \quad (23)$$

Эти волны также вытянуты в плане, и степень вытянутости зависит от гидравлического сопротивления, кинетичности потока и интенсивности поперечной циркуляции:

$$L_x / L_z = \sqrt{\frac{C_0^2 \gamma_0}{g} - 1} \quad (24).$$

Будем называть ее областью больших гряд или макроформ.

6) Область трехмерных длинноволновых возмущений с слабо выраженным максимумом скорости роста амплитуды. Характеризуются значительной

вытянутостью по потоку ($L_x \gg L_z$). Будем называть ее областью самых больших гряд или мегаформ.

Системы уравнений плановой гидравлики Сен-Венана и Буссинеска являются упрощенными вариантами системы (1). В уравнениях Буссинеска учитываются эффекты изменения по вертикали динамического давления потока. Как уже указывалось, это позволило А.Е.Михинову (1983, 1985) выявить моду самых коротких возмущений с длиной волны порядка глубины потока (ультрамикроформ). Но в уравнениях Буссинеска не учитывается поперечная циркуляция в потоке, это приводит к потере информации о моде длинноволновых возмущений (макро и мегаформах). В уравнениях Сен-Венана не учитывается ни поперечная циркуляция, ни динамическое давление. Спектр волн возмущений, получаемый при анализе этих уравнений, не содержит локальных максимумов, скорость роста амплитуды возмущений монотонно уменьшается с увеличением длины волны.

4. Сопоставление форм руслового рельефа с возмущениями дна потока.

В иерархическом комплексе форм рельефа речного русла насчитывается от 4 до 10 уровней, наиболее обычным является наличие 6-8 уровней. Так, на нижней Вычегде выделяются рифели, дюны 3 уровней, осередки и побочни 2 уровней, меандры русла (Сидорчук, 1989, 1992). Так что реальный русловой рельеф еще более сложен, чем это может выявить линейный анализ волн возмущений. Однако результаты теоретических разработок являются хорошей базой для классификации руслового рельефа, для объективной дефиниции типа русловой формы при сопоставлении рельефа разных рек в разных гидравлических условиях.

Для этой цели на график в координатах “число Фруда Fr - безразмерное волновое число $2\pi D_0/L_x$ ” нанесены границы между теоретически определяемыми вышеперечисленными областями 2- 6 развития возмущений дна различного типа (рис.2). Так как положение части границ зависит также от величины гидравлического сопротивления, было принято значение коэффициента Шези $C_0=40$. На этот же график положены точки для грядовых форм (и, отчасти, форм русла), которые образовались в различных гидравлических условиях на реках и в экспериментальных лотках. Процедура выделения форм речного русла различных иерархических уровней и их номенклатура описаны нами ранее (Сидорчук, 1989, 1992). При использовании литературных данных по характеристикам русловых форм применялись дефиниции авторов публикации - обычно это рифели (мегаифели) для

самых мелких донных форм; дюны (гряды), иногда нескольких уровней - для более крупных донных форм; побочни, осередки (бары), песчаные волны - для крупных гряд, определяющих форму меженного потока. Если авторы публикаций просто нумеруют формы различных иерархических уровней (Лысенко, 1983), или используют буквенные обозначения (Алексеевский, 1987), выявлялись донные формы, соответствующие рифелям (длина порядка глубины потока) или дюнам (длина порядка 6-10 глубин потока), и относительно них определялась номенклатура остальных форм.

Fr

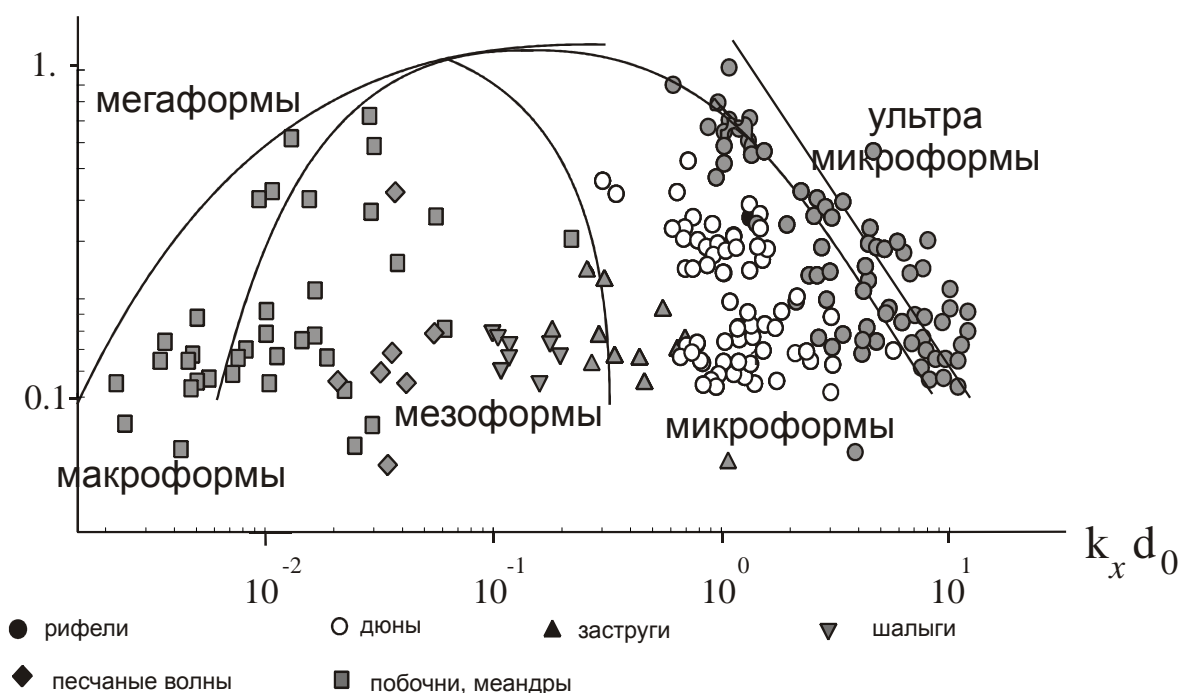


Рис.2. Сопоставление теоретических типов возмущений речного дна и русловых форм в больших лотках и реках.

Многочисленные данные экспериментов о характеристиках рифелей в больших лотках и наши измерения на Тереке, Нигере, Лене, Оби и Вычегде плотно располагаются на графике возле линий, соответствующих максимуму роста амплитуды теоретических двумерных и трехмерных ультрамикроформ. Известно, что двумерные и трехмерные рифели (гряды “Д” у Алексеевского, 1987) часто сосуществуют в речном русле, при этом фронт двумерной гряды становится волнистым. Антидюны в экспериментах Гая, Саймондса и Ричардсона (1961) также

ложатся в область ультрамикроморф, так что эти формы фактически являются рифелями, которые формируются в потоках с высокой кинетичностью.

Дюны и заструги (дюны 1 и 2 порядков, гряды “Г” и “В”) соответствуют области микроморф. Эти донные формы наиболее распространены и выделяются на многих крупных реках с песчаным аллювием (Амазонка, Миссисипи, Джамуна, Заир), мы их исследовали на Нигере, Оби, Енисее, Лене, Яне, Пуре, Вычегде, Тереке, Днестре. Они видны на спектрах отметок дна рек и больших экспериментальных лотков в виде локальных максимумов спектральной плотности (Nordin, 1961, Сидорчук, 1992). Обычно таких максимумов несколько. В то же время такие максимумы отсутствуют на теоретическом спектре возмущений, в области микроморф нет предпочтительной длины волны с наибольшей скоростью роста амплитуды. Видимо, появление этих максимумов в донном рельефе реальных рек объясняется нелинейными эффектами взаимодействия потока и русла. Эти эффекты тесно связаны с локальными гидравлическими условиями формирования дюн и заструг. Во всяком случае, точки для дюн и заструг для разных рек, и для одной и той же реки, располагаются по всей области микроморф без видимой закономерности, то есть их положение во многом зависит от местного сочетания факторов.

Области мезоморф соответствуют как крупные донные формы - шалыги, так и внутрирусловые формы, влияющие на конфигурацию меженного русла - песчаные волны, осередки и побочни. Граница между крупными донными формами и мелкими внутрирусовыми в естественных реках достаточно неопределенная. В высокую воду внутрирусловые формы затоплены, и часть из них может быть отнесена к категории донных форм. В низкую воду крупные донные формы могут обсохнуть и влиять на конфигурацию меженного русла. Так, мелкие осередки и даже острова верхней Оби попадают в пограничную зону между областями микроморф и мезоморф. Для такого рода русловых образований особенно важно определить верную номенклатуру, так как длина микроморф и мелких мезоморф увеличивается с увеличением кинетичности потока, а длина крупных мезоморф и макроформ уменьшается при увеличении числа Фруда.

Области макроформ обычно соответствуют крупные побочни и осередки, острова и излучины русла. Как и в случае дюн, эти формы наиболее широко представлены в естественных речных руслах, им отвечает отчетливый максимум на спектре отметок дна (Сидорчук, 1992). На теоретическом спектре для волн

возмущений также выделяется хорошо обособленный максимум скорости роста амплитуды макроформ (точка 4 на рис. 1.). Этот максимум соответствует наиболее вероятным макроформам, длина и ширина которых может быть рассчитана по формулам (23) и (24).

Многочисленные измерения на естественных реках показывают, что длина крупных заросших побочней, островов и меандров русел обычно меньше, чем длина волн наиболее вероятных возмущений в области макроформ - в реальном рельефе русла реализуются не самые высокоамплитудные (теоретически) волны. Этому явлению может быть дано следующее объяснение. В случае больших волн скорость роста их амплитуды определяется не только начальной неустойчивостью, но и вторичными нелинейными эффектами, роль которых увеличивается с увеличением размера волн возмущений. Одним из таких эффектов является размыв берегов и горизонтальные деформации русел. Пока полуширина волны возмущения меньше ширины русла, возмущение “умещается” в русле и не оказывает существенного воздействия на размыв берегов. Но как только длина возмущения становится настолько большой, что его полуширина сравнима с шириной русла, вокруг такого возмущения (связанной с ним русловой формы, побочня или осередка) начинается размыв берега. Формируется изгиб (или местное расширение) всего русла, аллювиальная форма замедляет движение вниз по руслу, закрепляется растительностью и тонким пойменным аллювием, образуется остров или меандр. Скорость увеличения угла разворота Θ такой формы уменьшается с увеличением ее длины - степень выраженности меандров русла будет тем больше, чем они короче при одинаковом времени развития. Для меандров, форма которых описывается синусом-образованной кривой, скорость развития описывается формулой:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{4q_b}{L_m H_b} \frac{J_0^2(\Theta)}{J_0(dH_0/d\Theta) - H_0(dJ_0/d\Theta)} \quad (25).$$

Таким образом, из всех волн возмущений, длина которых достаточна для воздействия на интенсивность эрозии берегов русла, наибольшее развитие в плане и выраженность в рельефе в виде меандров или островов получают наиболее короткие с полушириной около ширины русла: $L_z \sim 2 * W_0$. На таких изгибах русла обычно формируются перекааты в областях смены знака кривизны русла, и именно изменения отметок дна, связанные с этими перекаатами и проявляются на функциях спектральной плотности естественных рек в области макроформ.

Наиболее обычным, согласно формуле (22), значением удлиненности макроформ будет 4 (при $C_0 = 40$ и $\gamma_0=0,1$). Такая удлиненность русловых форм является наиболее гидравлически выгодной при обтекании их потоком (Комар, 1983). Из этого следует, что длина наиболее развитых меандров речного русла должна составлять около 8 ширин русла: $L_m = 8W_0$. Это теоретическое значение хорошо подтверждается данными многочисленных измерений на реках (например, Leopold and Wolman, 1960).

Теоретические выкладки в рамках линейной теории малых возмущений показали, что для речного русла существует один внутренний линейный масштаб - глубина основного потока. С этим масштабом, согласно формулам (20)-(24), связаны линейные размеры всех возмущений и соответствующих форм руслового рельефа. Однако влияние нелинейных эффектов привели к появлению второго внутреннего линейного масштаба речного русла - его ширины. С ней связаны размеры наиболее развитых макроформ русла.

Более крупные изгибы речного русла, также попадающие в область макроформ, могут быть связаны с возмущениями большей длины, чем 8 ширин русла. При одинаковом времени развития такие изгибы русла будут иметь меньшую степень выраженности, чем наиболее короткие с $L_m = 8W_0$. Но при длительном развитии речного русла короткие меандры будут многократно достигать максимальной крутизны и прорываться, а более крупные изгибы медленно наращивать амплитуду. Таким образом могут образовываться русла со сложными меандрами большой длины.

Еще одним классом русловых форм большой длины являются мегаформы. Они в малой степени исследованы. Длинные парные вихри с горизонтальными осями, вытянутыми по потоку, наблюдал в экспериментальных лотках Лосиевский (1934). Сравнительно недавно с такими вихрями стали связывать возникновение в экспериментах с размываемым руслом продольных узких грив и ложбин (например, Nezu and Nakagawa, 1989). А естественных руслах мегаформами может быть образована параллельная рукавность, выделяемая Р.С.Чаловым на верхней Оби и нижней Лене. Она формируется в широком и относительно неглубоком русле, когда на значительном расстоянии река протекает двумя рукавами, слабо связанными между собой лишь короткими поперечными протоками, и разделенными цепью островов.

Заключение

Взаимодействие между потоком и руслом приводит к образованию в системе “поток - русло” нового свойства - структурности. Она проявляется в потоке в виде квазистационарных волновых и вихревых образований в широком диапазоне длин волн, начиная от длин порядка глубины потока, и до волн длиной многие ширины потока. Этот континуум волн и вихрей “отображается” в размываемом русле в виде континуума русловых форм самых различных размеров, от ряби и рифелей до меандров и систем разветвлений рукавов рек. К.В.Гришанин (1974, стр.47) полагает, что “неравномерный рост возмущений с различными длинами волн приводит к выделению доминирующей длины волны и тем самым преобразует широкий спектр возмущений скорости в узкополосный спектр возмущений поверхности дна”.

Теория малых возмущений показывает, что в одних случаях взаимодействие потока и русла действительно приводит к сужению спектра русловых образований относительно спектра структур потока - таково образование ультрамикромформ (рифелей). В других случаях широкому диапазону размеров структур потока соответствует также широкий диапазон длин русловых форм - таковы микроформы и мезоформы. Для этих русловых образований объективно сложно найти однозначные связи с гидравлическими характеристиками потока. Наконец выявляется третий вариант развития процесса - случай макроформ. Здесь взаимодействие потока и русла объективно приводит к преобразованию широкого спектра возмущений скорости в узкополосный спектр возмущений поверхности дна, однако нелинейные эффекты приводят к значительному смещению “линий” этого спектра. При этом наряду с первым внутренним масштабом русла, глубиной, появляется второй внутренний масштаб - ширина потока.

Литература

- Алексеевский Н.И. Характеристики руслового рельефа и их связь со структурой речной сети // Вестник Моск. ун-та. Сер. геогр.- 1987.- № 3.- с.41-47.
- Великанов М.А. Динамика русловых потоков, т.2. - М.: Гостехиздат, 1955. - 323 с.
- Вопросы гидротехники свободных рек // Сборник избранных трудов основоположников русской гидротехники.- М.: Речиздат, 1948. - 363 с.
- Гринвальд Д.И., Никора В.И. Речная турбулентность.- Л.: Гидрометеиздат, 1988, - 152 с.

- Гришанин К.В. Устойчивость русел рек и каналов.- Л.: Гидрометеиздат, 1974, - 143 с.
- Знаменская Н.С. Грядовое движение наносов.- Л.: Гидрометеиздат, 1968, - 188 с.
- Знаменская Н.С. Донные наносы и русловые процессы.- Л.: Гидрометеиздат, 1976, - 191 с.
- Картвелишвили Н.А. Потоки в недеформируемых руслах.- Л.: Гидрометеиздат, 1973, - 279 с.
- Кондратьев Н.Е. О дискретности русловых процессов // Проблема русловых процессов.- Л.,1953. - с.16-20.
- Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч.2. - М.: Гостехиздат, 1948, - 612 с.
- Лосиевский А.И. Лабораторное исследование образования перекатов.// Тр. МОЦНИВТ. -1934. -№ 86-с.1-156.
- Лысенко В.В. Динамика русловых форм Оби в зонах регулирования стока Новосибирского гидроузла.// Тр. ЗапСибНИГМИ. - 1983, - № 60. - с. 64-69.
- Маккавеев Н.И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. - М.: Изд-во АН СССР, 1955. - 346 с.
- Михинов А.Е. Неустойчивость донных волн в деформируемом русле // Метеорология и гидрология.-1983.- № 11. - с. 84-91.
- Михинов А.Е. Определение элементов плановых и высотных деформаций больших земляных каналов по морфологическим характеристикам.- Автореф. дис. ... канд. техн. наук.-М.,1985. - 23 с.
- Розовский И.Л. Движение воды на повороте открытого русла. - Киев: Изд-во АН УССР, 1957.- 188 с.
- Россинский К.И., Кузьмин И.А. Балансовый метод расчета деформаций дна потока.// Тр.Гидропроекта.-1964,- сб.12.- с. 265-271.
- Сидорчук А.Ю. Структура потока и руслового рельефа.// Закономерности проявления эрозионных и русловых процессов в различных природных условиях.- М., 1981,- с. 261-262.
- Сидорчук А.Ю.Иерархия русловых форм: структура и динамика. // Проблемы методологии геоморфологии. -Новосибирск, 1989.- с.93-96.
- Сидорчук А.Ю. Структура рельефа речного русла.- СПб,Гидрометеиздат, 1992, -126 с.

- Сидорчук А.Ю., Михинов А.Е. Морфология и динамика руслового рельефа.// Итоги науки и техники, сер. "Гидрология суши", т.5,- М.,ВИНИТИ, 1985,- с.1-164.
- Callander, R.A. (1969) Instability and river channels. J.Fluid.Mech. v.36, pp.465-480.
- Callander, R.A. (1978) River Meandering. Annual Rev. on Fluid.Mech. 10,129-158.
- Fredsoe, J. (1978) Meandering and braiding of rivers. J.Fluid.Mech. v.84, pp.609-624.
- Guy, N.P., Simons, D.B., Richardson, E.V. (1961) Summary of alluvial channel data from flume experiments. U.S.Geol.Survey Prof. Pap. 462-I, 96 p.
- Komar P.D. (1983) Shapes of streamlined islands on the Earth and Mars: Experiments and analyses of the minimum-drag form. // Geology.-1983.- v. 11, N 11.- pp.651-654.
- Leopold, L.B., Wolman, M.G. (1960) River meanders. Bull. Geol. Soc. Amer. v.71, N.6, 769-793.
- Nezu, I., Nakagawa, H. (1989) Self forming mechanism of longitudinal sand ridges and troughs in fluvial open-channel flows. Hydraul. and Environ.: 23th Congr. v.B. Ottawa, pp.65-72.
- Nordin C.F. (1971) Statistical properties of dune profiles. // U.S.Geol.Survey Prof. Pap. 462-K, 41 p.
- Parker G. (1976.) 'On the cause and characteristic scales of meandering and braiding in rivers', J.Fluid Mech., 76, 457-480.
- Sidorchuk A. (1996) The structure of river bed relief. Coherent flow structures in open channels, Wiley, pp. 397-421.

Условные обозначения

Q	расход
W_0	ширина русла
d_0	глубина русла
D_0	глубина основного потока
d'	возмущения глубины
H_b	высота берегов реки
h	отметки водной поверхности
h'	возмущения отметок водной поверхности
y	отметки дна

u, w, v местные продольная, поперечная и вертикальная скорости

u^*, w^*, v^* продольная, поперечная и вертикальная скорости на свободной поверхности потока

U продольная скорость основного потока

u', w', v' возмущения продольной, поперечной и вертикальной скоростей на свободной поверхности потока

u^* динамическая скорость

t время

X, Z, Y продольная, поперечная и вертикальная оси ортогональных криволинейных координат

s_x, s_z расстояния вдоль продольной и поперечной оси ортогональных криволинейных координат

K_x^*, K_z^* кривизна продольной и поперечной оси ортогональных криволинейных координат

H_x, H_z коэффициенты Ламэ

L_x, L_z длина и ширина волн возмущений и русловых форм

k_x, k_z продольное и поперечное волновые числа

$c = c_r + ic_i$ комплексная скорость

A, B, P, T функции поперечной координаты в (11)

L_m длина волны меандров

Θ угол разворота меандров

q_b поперечный расход наносов

ρ местная концентрация наносов

ρ_b придонная концентрация наносов

ρ_m осредненная по глубине концентрация наносов

Δ	высота элементов шероховатости
ω	гидравлическая крупность наносов
ε	пористость донных отложений
Fr	число Фруда $U / \sqrt{gD_0}$
C_0	коэффициент Шези
κ	константа Кармана
α_i, β_i	кинематические коэффициенты
γ_0	коэффициент в формуле Розовского
n	показатель степени в (3)
λ	собственные числа в (13)
A_i	коэффициенты в дисперсионном уравнении
g	ускорение свободного падения
J_0, H_0	функции Бесселя и Струве